

## LAI MATEMAATIKA

### 1. Õppeaine kirjeldus

**Lai matemaatika** annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamisest igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid ja kasutatakse vastavat IKT tarkvara. Tähtsal kohal on tõestamine ja põhjendamine.

### 2. Gümnaasiumi lõpuks taotletavad teadmised, oskused, hoiakud

#### Õpilane:

- 1) kasutab lisaks õpitud rutiinsetele matemaatilistele argumentidele (teoreemid, valemid, meetodid) ka rangeid matemaatilisi põhjendusi ja tõestusi ning esitab neid, arutledes seejuures loogiliselt ja loovalt;
- 2) esitab igapäevateadmistel põhinevaid loogilisi argumente, teeb lihtsamaid mitmesammulisi loogilisi järeldusi ja hindab erinevate argumentide tõesust ja kehtivusvaldkondi;
- 3) leiab lihtsamale matemaatikaülesandele sobiva lahendustee sarnaste õpitud strateegiatega seast ning analüüsib ühe ja sama ülesande erinevaid võimalikke lahendusteid, vastavaid matemaatilisi protseduure, saadud tulemuse kontrollimise viise ja kasutatud abivahendite kasutuspiire ning -võimalusi;
- 4) leiab lahendustee ja matemaatilised vahendid mitmeastmelist lahendusstrateegiat nõudva kompleksse probleemi lahendamiseks. Seejuures kasutab ta loovalt samm-sammulist järelduselt järeldusele liikumist, hüpoteeside püstitamist, põhjendamist ja ümberlükkamist;
- 5) tunneb ära matemaatikas õpitud mudelite abil lahenduvad reaalelu probleemid, esitab tuttava reaalelulise situatsiooni matemaatilise mudeli (1–2 sammu);
- 6) tõlgendab ja hindab saadud matemaatilist tulemust vastavas kontekstis ning kohandab õpitud matemaatilist mudelit loovalt vastavalt muutunud tingimustele;
- 7) modelleerib kompleksset reaalelulist situatsiooni, määrates selleks vajalikud muutujad ja neile püstitatud tingimused ning valmistab ja kasutab matemaatika standardseid esitusvahendeid nii eluliste situatsioonide kirjeldamisel kui ka teistes õppeainetes;
- 8) hindab erinevaid esitusvahendeid eesmärgipäraselt ja probleemile vastavalt, käib asjakohaselt ja arusaadavalt ümber mitteusaldatavate/-sobivate esitusvormidega ja arendab kasutatavaid esitusvahendeid probleemile vastavalt;
- 9) sooritab elementaarseid lahendus- ja teisenduskäike, kasutades matemaatilisi sümboleid ja valemid ning digitaalseid ja mittedigitaalseid abivahendeid;
- 10) esitab sisukalt ja täielikult probleemi mitmeetapilise lahendustee või argumentatsiooni (ka digitaalselt) ja käsitleb matemaatilisi objekte tuttavas kontekstis;
- 11) mõistab teiste isikute esitatud matemaatilise sisuga tekste ning leiab matemaatilise sisuga tekstidest vajalikku informatsiooni, kusjuures informatsiooni paigutus tekstis ei pea tingimata vastama selle matemaatilise töötlemise sammude järjekorrale;

- 12) suudab arusaadavalt selgitada mitmeetapilisi arutlusi ja lahendusteid ning saadud tulemust;
- 13) võrdleb, hindab ja vajaduse korral korrigeerib teiste inimeste suulisi ja kirjalikke matemaatilise sisuga tekste.

## LAI MATEMAATIKA

### Kursus 1. „Avaldised ja arvuhulgad“

#### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) leiab hulkade ühendi, ühisosa ja antud hulga osahulga;
- 2) selgitab naturaalarvude hulga  $N$ , täisarvude hulga  $Z$ , ratsionaalarvude hulga  $Q$ , irratsionaalarvude hulga  $I$  ja reaalarvude hulga  $R$  omadusi ja nende hulkade kuuluvusseoseid, märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;
- 3) esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
- 4) sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
- 5) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi (kaks tehet ja sulud);
- 6) lahendab arvutuste ja teisenduste abil lahenduvaid reaalelulisi ja teaduslikke ülesandeid (sh protsentülesanded).

#### Õppesisu ja põhimõisted:

Hulk, hulga element, osahulk, tühi hulk, hulkade ühend ja ühisosa. Naturaalarvude hulk  $N$ , täisarvude hulk  $Z$ , ratsionaalarvude hulk  $Q$ , irratsionaalarvude hulk  $I$ , reaalarvude hulk  $R$ , nende omadused ja kuuluvusseosed. Reaalarvude piirkonnad arvteljel.

Astme mõiste üldistamine. Arvu juur. Juurte omadused. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi. Tehted astmete ja võrdsete juurijatega juurtega.

Rühmitamisvõte. Irratsionaalsuse kaotamine nimetajast. Ratsionaal- ja irratsionaalavaldiste lihtsustamine (kaks tehet ja sulud). Reaalelulised probleemid, mis on lahendatavad arvutuste ja avaldiste teisenduste abil.

### Kursus 2. „Võrrandid ja võrrandisüsteemid“

#### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid (kaks juurt) ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 4) lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
- 5) lahendab võrrandisüsteeme;
- 6) tunneb ära õpitud võrrandite/võrrandisüsteemide abil lahenduvad reaalelulised ülesanded;
- 7) leiab või koostab sobiva võrrandi/võrrandisüsteemi ülesannete lahendamiseks;
- 8) lahendab ülesande võrrandite ja/või võrrandisüsteemide abil ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemust.

#### Õppesisu ja põhimõisted:

Võrdus, võrrand, samasus, võrrandi lahend. Võrrandite samaväärsus, samasusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid (kuni kaks juurt) ning nendeks taanduvad võrrandid. Üht

absoluutväärtust sisaldav võrrand. Õpilane saab aru, et leidub võrrandeid, millel lahendid puuduvad või mille lahendiks on kõik reaalarvud.

Võrrandisüsteemid. Kahe- ja kolmerealine determinant. Ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on lahendatavad võrrandite/võrrandisüsteemide abil.

### **Kursus 3. „Võrratused. Trigonomeetria I“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab võrratuse omadusi, võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet ning kirjeldab vastavaid lahendihulki arvteljel;
- 2) selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratuse ning lihtsamaid võrratusesüsteeme;
- 4) kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid ja täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
- 5) leiab digivahendite abil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) lahendab täisnurkse kolmnurga;
- 7) tunneb ära ülesanded, mis on lahendatavad täisnurkse kolmnurga geomeetria abil. Tõlgib need matemaatika keelde ning lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Võrratus ja selle omadused. Võrratuste samaväärsus. Range ja mitterange võrratus. Lineaarvõrratused. Ruutvõrratus. Intervallmeetod. Murdvõrratus. Ahelvõrratus. Võrratusesüsteemid. Võrratusesüsteemide samaväärsus. Võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulk, selle esitamine arvteljel. Lihtsamate tekstülesannete lahendamine võrratuste abil.

Teravnurga siinus, koosinus ja tangens ja nende väärtuste järgi nurga suuruse leidmine. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas. Trigonomeetriliste avaldiste lihtsustamine. Täisnurkse kolmnurga lahendamine. Reaalelulised probleemid, mis on lahendatavad täisnurkse kolmnurga geomeetria abil.

### **Kursus 4. „Trigonomeetria II“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõdus olevaks nurgaks ja vastupidi;
- 2) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 3) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; tuletab ning teab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;
- 4) tuletab nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
- 5) kasutab digivahendeid trigonomeetriliste funktsioonide väärtuste ning nende väärtuste järgi nurga suuruse leidmisel;
- 6) tuletab kahe nurga summa ja vahe valemid ning kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemid;
- 7) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldise valemikogu abil;

- 8) oskab kasutada siinus- ja koosinusteoreemi, lahendab mistahes kolmnurga ning arvutab selle pindala;
- 9) tunneb ära ülesanded, mis on lahendatavad kolmnurga ja ringi kohta õpitud rakendades.

### Õppesisu ja põhimõisted:

Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Mis tahes nurga trigonomeetriselised funktsioonid. Nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Ühe ja sama nurga trigonomeetriseliste funktsioonide vahelised seosed. Taandamisvalemid.

Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetriselised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetriselised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetriselised funktsioonid. Trigonomeetriselised avaldised. Kolmnurga pindala valemid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine. Ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on lahendatavad kolmnurga ja ringi kohta õpitud rakendades.

## Kursus 5. „Vektor tasandil. Joone võrrand“

### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab mõisteid vektor, ühik-, null- ja vastandvektor, vektori koordinaadid, kahe vektori
- 2) vaheline nurk;
- 3) liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriselt kui ka koordinaatkujul;
- 4) leiab vektori pikkuse, lõigu keskpunkti koordinaadid, kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab neid geomeetriaprobleemide lahendamisel;
- 5) kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid geomeetriaprobleemide lahendamisel;
- 6) koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga) ning teisendab selle üldvõrrandiks, vajadusel kontrollib tehtut arvutis;
- 7) määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja sirgete vahelise nurga, vajadusel kontrollib tehtut arvutis;
- 8) koostab parabooli ja ringjoone võrrandi, joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi nii paberil kui ka arvutis; leiab kahe joone lõikepunktid, vajadusel kontrollib tehtut arvutis.

### Õppesisu ja põhimõisted:

Kahe punkti vaheline kaugus. Lõigu keskpunkti koordinaadid. Vektori mõiste ja tähistamine. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor. Vektorite võrdsus. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektorite liitmine ja lahutamine. Vektori korrutamine arvuga. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus. Kahe vektori skalaarkorrutis. Vektorite ristseis. Ülesannete lahendamine vektorite abil ja tulemuste kontrollimine digiseadmetega.

Sirge sihivektor, algordinaat, tõus. Sirge võrrandi koostamine. Sirge üldvõrrand. Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Ringjoone, parabooli, hüperbooli võrrandi koostamine. Kahe joone lõikepunkti leidmine. Sirge, parabooli, hüperbooli ja ringjoone joonestamine. Ülesannete lahendamine ja tulemuste kontrollimine digivahenditega.

**Kursus 6. „Tõenäosus ja statistika“****Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust;
- 2) selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet ja omadusi;
- 3) selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;
- 4) selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust, arvutab reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;
- 5) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoomjaotust;
- 6) selgitab valimi ja üldkogumi mõisteid ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust, teab valimi koostamise põhimõtteid;
- 7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
- 8) koostab IKT vahendite abil tabeleid ja graafikuid andmete ja jaotuse visualiseerimiseks;
- 9) visualiseerib IKT vahendite abil kahe juhusliku suuruse hajuvusdiagrammi.

**Õppesisu ja põhimõisted:**

Faktoriaal. Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Juhuslik sündmus, kindel ja võimatu sündmus.

Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Klassikaline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sõltuvad ja sõltumatud sündmused. Välistavad ja mittevälistavad sündmused. Liitmis- ja korrutamislause.

Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotuse esitamine tabelina ja jaotushulknurgana.

Pidev juhuslik suurus ja selle jaotuse esitamine graafikuna. Juhusliku suuruse arvkarakteristikud: keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve. Binoomjaotus. Normaaljaotus. Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine.

Variatsioonirida. Sagedustabel. Jaotustabel. Sektordiagramm, histogramm, tulpdiaagramm.

Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi: valimi peamised arvkarakteristikud (keskväärtuse mediaan, standardhälve) ja nende tõlgendamine. Statistilised otsustused keskväärtuse usaldusvahemiku näitel, usaldusnivoo, usaldusvahemik.

Korrelatsiooniväli (hajuvusdiagramm). Lineaarne korrelatsioonikordaja ja andmete lähendamine sirge abil.

**Kursus 7. „Funktsioonid. Arvjadad“****Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
- 2) kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi, skitseerib graafikuid ning joonestab neid nii paberil kui ka arvutis;
- 3) leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna nii algebraliselt kui ka arvutis, kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu ja analüüsib arvutipõhiselt nende graafikute sümmeetria omadusi;
- 4) kirjeldab funktsiooni  $y = f(x)$  graafiku seost funktsioonide  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = af(x)$  graafikutega, visualiseerib vastavaid seoseid arvutis konkreetsete näidetega;

- 5) selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
- 6) selgitab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemeid ning tuletab nende jadade  $n$  esimese liikme summa valemid ning hääbuva geomeetrilise jada summa valemi;
- 7) selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse, teab arvude  $\pi$  ja  $e$  tähendust;
- 8) tunneb ära ainealased ja reaalelulised ülesanded, mis lahenduvad aritmeetilise ja geomeetrilise jada abil.

### Õppesisu ja põhimõisted:

Muutuv suurus. Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Sõltuv ja sõltumatu muutuja, argument, funktsiooni väärtus. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond.

Paaris- ja paaritu funktsioon ning nende graafikute sümmeetria omadused. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemumkoht, ekstreemum, ekstreemumpunkt. Astmefunktsioonide graafikute joonestamine nii paberil kui ka digivahendiga.

Arvjada, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle omadused. Geomeetiline jada, selle omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem. Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem. Hääbuv geomeetiline jada, selle summa. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Arv  $e$  piirväärtusena.

Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv  $\pi$ . Ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on lahenduvad aritmeetilise ja geomeetrilise jada abil.

### Kursus 8. „EkspONENT- ja LOGARITMFUNKTSIOON“

#### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
- 2) lahendab reaalelulisi liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise probleeme, hindab kriitiliselt saadud tulemusi;
- 3) kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni  $y = e^x$  omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmi ning potentsierib lihtsamaid avaldusi, vahetab logaritmi alust;
- 5) kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi;
- 6) joonestab paberil ja tarkvaraliste lahenduste abil eksponent- ja logaritmifunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 7) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid ning -võrratusi ( $\log_a f(x)$  suurem/väiksem kui  $\log_a g(x)$ ).

### Õppesisu ja põhimõisted:

Liitprotsent. Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Reaalelulised ja probleemülesanded. EkspONENTfunktsioon, selle graafik ja omadused. Arvu logaritm, kümnendlogaritm, naturaalogaritm. Korruptise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentsierimine. Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele. Logaritmifunktsioon, selle graafik ja omadused.

EkspONENT- ja logaritmifunktsiooni pöördfunktsiooni leidmine. EkspONENT- ja logaritmivõrrand, nende lahendamine. EkspONENT- ja logaritmivõrratus, nende lahendamine. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide kirjeldamine ja lahendamine eksponentsiaalsete ja/või logaritmiliste mudelite abil.

**Kursus 9. „Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis“****Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning leiab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni perioodi;
- 2) joonestab nii paberil kui ka tarkvaraliste lahenduste abil siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikutelt nende funktsioonide omadusi;
- 3) leiab algebraliselt lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite erilahendid etteantud piirkonnas, kasutades üldlahendi valemit või funktsiooni graafikut;
- 4) selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrist tähendust;
- 5) rakendab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirja, leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.

**Õppesisu ja põhimõisted:**

Funktsiooni perioodilisus ja periood. Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused. Mõisted  $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\arctan$ . Trigonomeetriliste võrrandite erilahendite leidmine etteantud piirkonnas, kasutades üldlahendi valemit või funktsiooni graafikut.

Graafikute joonestamine paberil ja digiseadmes. Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletis. Funktsiooni tuletise geomeetiline tähendus. Funktsioonide summa ja vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Funktsiooni teine tuletis. Liitfunktsioon ja selle tuletise leidmine. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletis. Eksponent- ja logaritmfunktsiooni tuletis.

**Kursus 10. „Tuletise rakendused“****Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi etteantud kohal, kontrollib saadud tarkvaraliste lahenduste abil;
- 2) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
- 3) leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid, funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti, vajadusel kontrollib saadud tarkvaraliste lahenduste abil;
- 4) uurib ainekavas etteantud funktsioone täielikult ja skitseerib funktsiooni leitud omaduste põhjal selle graafiku, vajadusel kontrollib saadud tarkvaraliste lahenduste abil;
- 5) leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
- 6) tunneb ära reaalelulised ülesanded, mis on kirjeldatavad ja lahendatavad õpitud funktsioonide abil.

**Õppesisu ja põhimõisted:**

Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Hetkkiirus ja kiirendus. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud; funktsiooni ekstreemum, ekstreemumkoht, ekstreemumpunkt; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal ja selle kontrollimine

digivahenditega. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide kirjeldamine ja lahendamine õpitud funktsioonide abil (sh ekstreemumülesanded).

### **Kursus 11. „Integraal. Planimeetria“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli ja integraali omaduste järgi;
- 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab määratud integraali leides Newtoni-Leibnizi valemit;
- 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
- 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel, uurib IKT vahendite abil geomeetriliste kujundite omadusi;
- 5) lahendab planimeetria arvutusülesandeid;
- 6) tunneb ära ainealased ja reaalelulised ülesanded, mis on lahendatavad tasandigeomeetrias õpitud kujundite omadustega.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Algfunktsioon. Määramata integraal ja selle omadused. Põhiintegraalide tabel. Kõvertrapets. Määratud integraal ja selle omadused. Newtoni-Leibnizi valem. Tasandilise kujundi pindala ja pöördkeha ruumala arvutamine integraaliga.

Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade ümbermõõtude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon.

Rööpkülik, selle liigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine tasandigeomeetria abil.

### **Kursus 12. „Sirge ja tasand ruumis“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) kirjeldab ja määrab punkti asukoha ruumis koordinaatide abil;
- 2) selgitab ja rakendab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
- 3) kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
- 4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ning kahe vektori vahelise nurga;
- 5) määrab kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nendevahelise nurga stereomeetria ülesannetes;
- 6) tunneb ära ainealased ja –välised probleemid, mis on lahendatavad ruumigeomeetrias õpitud seoste abil. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb aadud tulemusi.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis. Kahe punkti vaheline kaugus. Punkti koordinaatid ruumis. Vektori koordinaadid ruumis. Vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus. Kahetahuline nurk.



Kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikused asendid ning nendevaheline nurk stereomeetria ülesannetes. Kiivsirged. Kolme ristsirge teoreem. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine ruumigeomeetria abil.

### **Kursus 13. „Stereomeetria“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) omab süsteemse ettekujutuse hulktahukate ja pöördkehade liikidest, tuletab nende pindala ja ruumala arvutamise valemeid;
- 2) kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 3) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Hulktahukas. Korrapärased hulktahukad. Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala. Pöördkehad. Silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala. Silindri, koonuse ja kera pindala ning ruumala valemite tuletamine. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine ruumigeomeetria abil.

### **Kursus 14. „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid sobivalt valitud strateegia abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid matemaatikamudelitega kirjeldatavaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab digivahendeid ainealaseid ja -väliseid probleeme lahendades.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine matemaatiliste mudelite abil, kasutades kõigi eelnevate kursuste teemasid. Tulemuste kontrollimine digivahenditega.