

Vabariigi Valitsuse 6. jaanuari 2011. a määrus nr 2  
„Gümnaasiumi riiklik õppekava“ Lisa 5  
(Vabariigi Valitsuse 23.02.2023 määruse nr 18 sõnastuses)

## KITSAS MATEMAATIKA

### 1. Õppeaine kirjeldus

**Kitsa matemaatika** eesmärk on õpetada aru saama matemaatika keeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale. Olulisel kohal on rakendusülesanded ja IKT tarkvara kasutamine.

### 2. Gümnaasiumi lõpuks taotletavad teadmised, oskused, hoiakud

Õpilane:

- 1) kasutab õpitud rutiinseid matemaatilisi argumente (teoreemid, valemid, meetodid) ja esitab lihtsamaid arvutustel põhinevaid põhjendusi ja loogilisi järeldusi;
- 2) esitab igapäevateadmistel põhinevaid loogilisi argumente ja teeb lihtsamaid mitmesammulisi loogilisi järeldusi;
- 3) leiab lihtsamale matemaatikaülesandele sobiva lahendustee sarnaste õpitud strateegiate seast;
- 4) leiab lahendustee ja matemaatilised vahendid lihtsamate 1–2sammulist lahendusstrateegiat nõudvate probleemide (ka mittematemaatiliste) lahendamiseks;
- 5) tunneb ära matemaatikas õpitud mudelite abil lahenduvad reaalelulised probleemid ning esitab tuttava reaalelulise situatsiooni matemaatilise mudeli (1–2 sammu);
- 6) tõlgendab ja hindab saadud matemaatilist tulemust vastavas kontekstis;
- 7) valmistab ja kasutab matemaatika standardseid esitusvahendeid nii eluliste situatsioonide kirjeldamisel kui ka teistes õppeainetes;
- 8) valib sobiva esitusviisi ning tõlgendab või muudab antud esitusi arukalt;
- 9) sooritab elementaarseid lahendus- ja teisenduskäike, kasutades matemaatilisi sümboleid ja valemid ning digitaalseid ja mittedigitaalseid abivahendeid;
- 10) sooritab õpitud formaalseid matemaatilisi protseduure ja käsitleb matemaatilisi objekte tuttavas kontekstis;
- 11) leiab matemaatilise sisuga lühitekstidest vajalikku informatsiooni, kusjuures informatsiooni paigutus tekstis vastab üldjoontes selle matemaatilise töötlemise sammude järjekorrale;
- 12) suudab arusaadavalt selgitada mitmeetapilisi arutlusi ja lahendusteid ning saadud tulemust;
- 13) mõistab teiste isikute esitatud matemaatilise sisuga tekste.

### Kursus 1. „Arvuhulgad. Avaldised“

#### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) leiab hulkade ühendi, ühisosa ja antud hulga osahulga;
- 2) eristab arvuhulki  $N$ ;  $Z$ ;  $Q$ ;  $I$  ja  $R$ , selgitab nende kuuluvusseoseid;

- 3) märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;
- 4) sooritab tehteid astmete ja juurtega (teine kuni neljas juur), teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;
- 5) teisendab lihtsamaid (kaks tehet ja sulud) ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi.

### Õppesisu ja põhimõisted:

Arvuhulgad: naturaalarvude hulk  $N$ , täisarvude hulk  $Z$ , ratsionaalarvude hulk  $Q$ , irratsionaalarvude hulk  $I$  ja reaalarvude hulk  $R$ . Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus.

Ratsionaalavaldised. Arvu  $n$ -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehted astmetega ja võrdsete juurijatega juurtega.

### Kursus 2. „Võrrandid ja võrratused“

#### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) eristab võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;
- 2) lahendab ühe tundmatuga lineaar- ja ruutvõrrandeid, samuti lihtsamaid murdvõrrandeid (maksimaalselt 2 murdu);
- 3) lahendab lihtsamaid reaalekulise kontekstiga probleeme võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

### Õppesisu ja põhimõisted:

Võrdus, võrrand, samasus. Lineaar-, ruut- ja murdvõrrandi lahendamine. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratuste lahendamine.

Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate, tekstülesannete lahendamine võrranditega. Võrrandite, võrratuste, võrrandi- ja võrratusesüsteemide lahendamine. Võrrandite, võrratuste, võrrandi- ja võrratusesüsteemide lahendhulkade leidmine ja kontrollimine digivahendite abil.

### Kursus 3. „Trigonomeetria I“

#### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) lahendab ühe tundmatuga lineaar- ja ruutvõrratuse ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;
- 2) defineerib mistahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi;
- 3) loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;
- 4) teisendab kraadimõõdu antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;
- 5) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid (rakenduvad maksimaalselt 3 erinevat trigonomeetrilist seost).

### Õppesisu ja põhimõisted:

Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt. Täiendusnurga valemid

$$\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha);$$

$$\cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha);$$

$$\tan\alpha = \cot(90^\circ - \alpha).$$

Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid ( $\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha$ ) ja nende väärtused nurkade  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$  korral.

Taandamisvalemid

$$\sin(\alpha+k\cdot 360^\circ)=\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha+k\cdot 360^\circ)=\cos\alpha$$

$$\tan(\alpha+k\cdot 180^\circ)=\tan\alpha$$

Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha;$$

$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha;$$

$$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha.$$

Funktsioonide  $y=\sin x, y=\cos x$  ja  $y=\tan x$  graafikute tundmine.

Trigonomeetria põhiseoste  $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$  ja  $\tan\alpha=\sin\alpha\cos\alpha$  teadmine ja rakendamine.

#### **Kursus 4. „Trigonomeetria II“**

##### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) rakendab trigonomeetria, siinus- ja koosinusteoreemi ning kolmnurga pindala valemid kolmnurga lahendamisel;
- 2) leiab rööpküliku ja hulknurga pindala, tükeldades need sobivalt kolmnurkadeks;
- 3) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 4) lahendab lihtsamaid reaalelulise kontekstiga planimeetria probleeme.

##### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Siinus- ja koosinusteoreemi kasutamine. Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel. Kolmnurga lahendamine. Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendusliku sisuga ülesannete lahendamine.

#### **Kursus 5. „Vektor tasandil. Joone võrrand“**

##### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab vektori mõistet, leiab vektori koordinaadid ja kahe punkti vahelise kauguse tasandil;
- 2) liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 3) leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid geomeetria probleemide lahendamisel;
- 4) tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning teab nende võrrandeid ja vastastikuseid asendeid tasandil;
- 5) joonestab sirgeid, ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi nii paberil kui ka arvutis;
- 6) koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, kontrollib tehtut arvutis;
- 7) määrab võrranditega antud sirgete vastastikused asendid tasandil, kontrollib tehtut tarkvaraliste lahenduste abil;
- 8) koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi;

9) leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge) nii paberil kui ka tarkvaraliste lahenduste abil;

10) kasutab vektoreid ja joone võrrandeid geomeetriaprobleemide lahendamisel, kontrollides saadud tulemuste õigsust tarkvaraliste lahenduste abil.

### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Punkti asukoha kirjeldamine tasandil. Kahe punkti vahelise kauguse leidmine. Lõigu keskpunkt. Vektori mõiste ja tähistus. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor. Seotud vektor. Vabavektor. Jõu kujutamine vektorina. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ning lahutamine (geomeetriliselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vahelise nurga leidmine. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis.

Sirge tõusnurk. Sirge võrrand. Sirge võrrandi koostamine (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Kahe sirge lõikepunkti leidmine, arvutades ja digivahendite abil. Ringjoone võrrand. Ringjoone ja sirge lõikepunktide leidmine, arvutades ja digivahendite abil. Parabooli võrrand. Parabooli ja sirge lõikepunktide leidmine, arvutades ja digivahendite abil. Sirgete, paraboolide ja ringjoonte joonestamine paberil ja digivahendite abil. Rakendusliku sisuga ülesannete lahendamine.

### **Kursus 6. „Tõenäosus ja statistika“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust;
- 2) teab sündmuse tõenäosuse mõistet ning oskab leida soodsate ja kõigi võimaluste arvu (loendamine, kombinatoorika);
- 3) arvutab sündmuse tõenäosuse ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades;
- 4) teab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning arvkarakteristikute tähendust, kirjeldab ja visualiseerib jaotust histogrammi ning jaotusfunktsiooni abil;
- 5) teab valimi ja üldkogumi mõistet, mõistab statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust, teab valimi koostamise ja andmete kogumise reegleid ja oskab andmeid süstematiseerida ning visualiseerida;
- 6) kirjeldab juhuslikku suurust arvkarakteristikute ja diagrammide abil ning teeb nendest järeldusi uuritava nähtuse kohta;
- 7) visualiseerib IKT abil kahe juhusliku suuruse vahelist sõltuvust ja hindab seose iseloomu;
- 8) püstitab uurimisküsimuse, kogub andmestiku ja analüüsib seda IKT abil statistiliste vahenditega;
- 9) analüüsib andmestiku kogumise ja statistiliste otsustega seotud vigu.

### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetiline tõenäosus. Faktoriaal. Permutatsioonid. Kombinatsioonid. Sündmuste korrutis. Sõltumatute sündmuste korrutise tõenäosus. Sündmuste summa. Välistavate sündmuste summa tõenäosus.

Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotusseadus. Normaaljaotus (kirjeldavalt). Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja nende süstematiseerimine. Jaotuspolügoon ja arvkarakteristikud

(keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve). Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Uurimisküsimus. Korrelatsioonikordaja.

### **Kursus 7. „Jadad. Funktsiooni tuletis“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid;
- 2) skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (paberil ning arvutis) ja kirjeldab nende põhjal funktsiooni peamisi omadusi;
- 3) saab aru arvutada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistest;
- 4) rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning  $n$  esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Arvutada mõiste. Jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem.

Geomeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem.

Funktsioonide  $y=x^n(n \in \mathbb{Z}), y=e^x, y=\ln x$  tuletised.

Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised.

Funktsiooni teine tuletis.

Puutuja võrrand.

Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise järgi.

Ekstreemumülesanne.

### **Kursus 8. „EkspONENT- ja LOGARITMFUNKTSIOON“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) teab, et eksponent- ja logaritmifunktsioon on teineteise pöördfunktsioonid;
- 2) teab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmi ja potentsseerib lihtsamaid avaldiseid;
- 3) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni ja logaritmi omaduste vahetu rakendamise teel;
- 4) saab aru liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemusest ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ning potentsseerimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid). Pöördfunktsioon. Lihtsamad eksponent- ja logaritmivõrrandid. Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb  $e^x$ . Mõisted  $\arcsin, \arccos$  ja  $\arctan$ . Lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi põhivõrrandeid graafiku järgi etteantud lõigul.

### **Kursus 9. „Funktsioonid“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) lahendab graafiku abil trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul;
- 2) selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;
- 3) leiab õppekavakohaste funktsioonide tuletisi;
- 4) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis ja kontrollib saadut arvutis.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Funktsioonid  $y=ax+b$ ,  $y=ax^2+bx+c$ ,  $y=ax$  (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumiskiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuskiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemumkohtade ja -punktide leidmine. Funktsiooni ekstreemumid. Funktsioonid  $y=ax^n$  ( $n=1,2,-1,-2$ ) ja  $y=\log_a x$ .

### **Kursus 10. „Tuletise rakendused“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
- 2) leiab ühe muutuja polünoomi kujul esitatud funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuskiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku ning kontrollib saadut arvutis;
- 3) lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid.

#### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Hetkkiirus ja kiirendus. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud; funktsiooni ekstreemum, ekstreemumkoht, ekstreemumpunkt; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil.

Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal ja selle kontrollimine digivahenditega. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide kirjeldamine ja lahendamine õpitud funktsioonide abil (sh ekstreemumülesanded).

### **Kursus 11. „Integraal“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) tunneb ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab nende põhiomadusi;
- 2) kasutab elulisi ülesandeid lahendades õpitud geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid;
- 3) tunneb algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);
- 4) tunneb ära kõvertrapetsi ning rakendab määratud integraali arvutades Newtoni-Leibnizi valemit;

5) arvutab määratud integraali järgi tasandilise kujundi pindala.

### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised (kolmnurga mediaanid, keskloik, kõrgused; puutepunkti tõmmatud ringi (ringjoone) puutuja ja raadiuse vastastikune asend; piiridenurga ja kesknurga vaheline seos, rööpküliku diagonaalid), seosed, übermõõdud ja pindalad rakendusliku sisuga ülesannetes.

Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded.

### **Kursus 12. „Sirge ja tasand ruumis“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil ning sirgete ja tasandite võimalikke vastastikuseid asendeid ruumis (võrranditeta käsitlus);
- 2) selgitab ja rakendab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet (võrranditeta käsitlus).

### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid. Kahe punkti vaheline kaugus. Kahe sirge vastastikused asendid ruumis. Nurk kahe sirge vahel. Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis. Sirge ja tasandi vaheline nurk. Sirge ja tasandi ristseisu tunnus. Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis. Kahe tasandi vaheline nurk.

### **Kursus 13. „Stereomeetria“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) tunneb ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehi ning nende omadusi;
- 2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga (näiteks telglõige ja ühe tahuga paralleelne lõige);
- 3) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;
- 4) rakendab lihtsamaid ruumilisi probleeme lahendades trigonomeetria-, planimeetria- ja stereomeetriateadmisi.

### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Prisma ja püramiid. Püstprisma ning korrapärase püramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga. Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiid) ning pöördkehade kohta.

### **Kursus 14. „Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine“**

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 2) lahendab tekstülesandeid sobival valitud strateegia abil;
- 3) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid matemaatikamudelitega kirjeldatavaid

seaduspärasusi ja seoseid;

4) kasutab IKT vahendeid ainealaseid ja -väliseid probleeme lahendades.

### **Õppesisu ja põhimõisted:**

Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine matemaatiliste mudelite abil, kasutades kõigi eelnevate kursustet eemasid. Tulemuste kontrollimine digivahenditega.